



Matemática Passo a Passo

A primeira dezena e o zero

Ricardo Cunha Teixeira

NICA - Núcleo Interdisciplinar da Criança e do Adolescente da Universidade dos Açores

Slides desenvolvidos com a colaboração das Prof DA Ana Alves e Carla Carreiro, da EBI das Capelas.



Governo dos Açores



Existem três aspectos a ter em conta no ensino deste tema (e, em geral, no ensino da Matemática nos primeiros anos):

- 1 O primeiro aspeto centra-se na prática da **oralidade**. As crianças devem ser incentivadas a deixar de falar através de monossílabos e devem ser questionadas sobre as suas escolhas. A verbalização, frases gradualmente mais complexas e alguma argumentação são essenciais para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático.
- 2 Um segundo aspeto diz respeito à **ordem**. Se um assunto B precisar do assunto A para poder ser compreendido, então A deve ser explorado e consolidado primeiro. Quanto mais baixa é a idade, mais difícil é o ato de apanhar “pontas soltas”.
- 3 O faseamento cuidado no **caminho do concreto ao abstrato** é muito importante, sendo que, naturalmente, nos primeiros anos as atividades exploradas devem partir do concreto. O imaginário infantil, carregado de brincadeiras de toda a espécie, é uma das mais poderosas maneiras de percorrer o caminho para a abstração.

Os investigadores Rochel Gelman e Charles R. Gallistel apontam para 5 princípios a serem adquiridos pela criança:

- 1 **Contagem estável:** Uma condição necessária (não suficiente) para se realizar uma contagem correta consiste em “saber a cantiga”. Nos primeiros tempos, as crianças costumam contar, por exemplo, 1, 2, 4, 6, 8, 9, originando erros. Este tipo de erro deve ser corrigido para que a criança vá aprendendo a sequência correta.
- 2 **Correspondência um a um:** A criança deve procurar fazer corresponder cada termo numérico (um, dois,...) a cada objeto a contar. Não se pode esquecer de nenhum objeto nem contar um objeto mais do que uma vez. Estamos perante uma preocupação com a organização de modo a não repetir nem esquecer objetos.

- 3 Abstração:** Tudo pode ser contado. A atividade de contar não é pertença de objetos particulares como, por exemplo, morangos ou maçãs. Podemos contar coisas físicas, imaginárias, etc.
- 4 Irrelevância da ordem:** No que diz respeito à cardinalidade, o começo da contagem, bem como a sua organização espacial é irrelevante. O processo de contagem pode ser feito da esquerda para a direita, da direita para a esquerda, a partir do meio, etc.
- 5 Cardinal:** Seguindo todos os princípios anteriores, o último objeto a ser contado reflete o número total de objetos. Se, imediatamente após a contagem, ao perguntar-se novamente o número de objetos, se obtém resposta igualmente imediata, tem-se um sinal claro de que este princípio foi compreendido (“Para quê contar novamente?”).

Algumas sugestões para lidar com estes cinco princípios de forma eficaz:

A criança deve ser incentivada a contar em voz alta;

A criança deve também apontar à medida que conta;

Deve haver muita variedade de contagens;

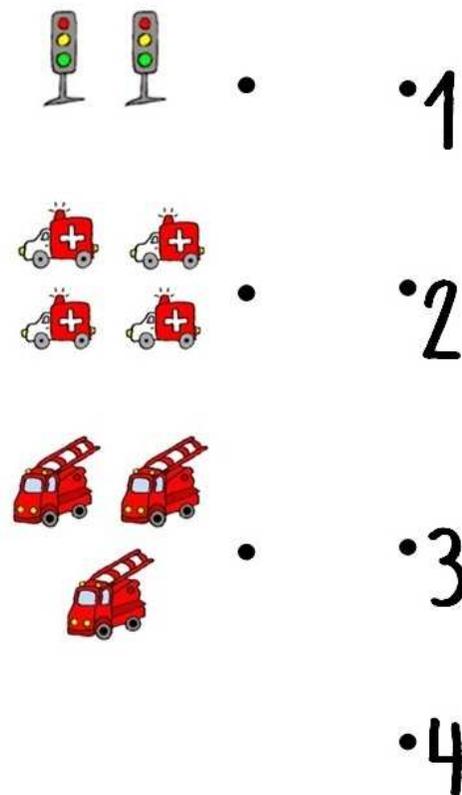
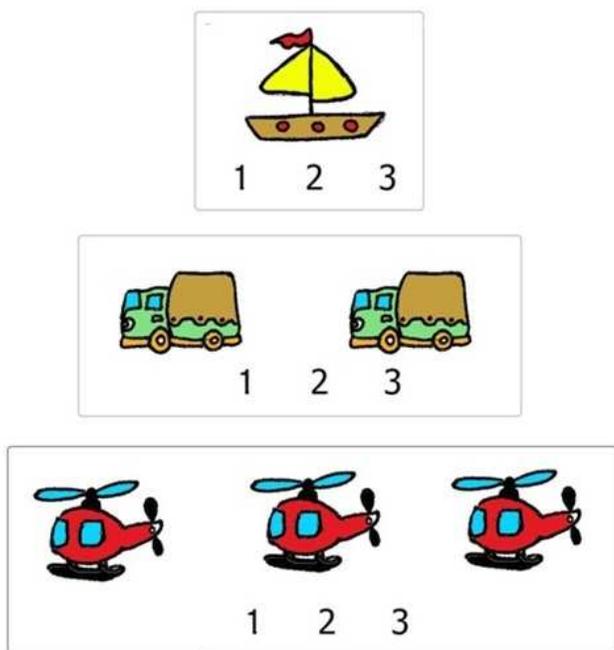
Quanto à natureza dos objetos, numa primeira fase, estes devem ser unitários, apresentando um aspeto indivisível, liso, monocromático e simples;

Deve-se alternar imagens com objetos tridimensionais e ter-se cuidado com a disposição dos mesmos, que deve ser variada.

A primeira dezena e o zero

AS PRIMEIRAS EXPLORAÇÕES

Abaixo, no exemplo da esquerda, é pedida a **identificação do numeral sem escrita**. Deve-se ter por perto, na sala de aula, cartões com os diversos numerais da primeira dezena. Isso permite ao professor, após uma determinada contagem, mostrar o cartão com o respectivo numeral.



A primeira dezena e o zero

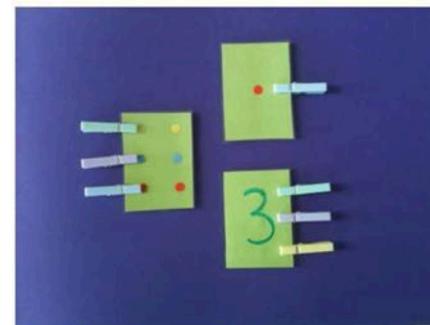
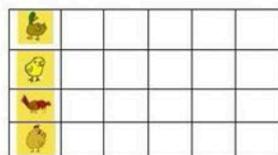
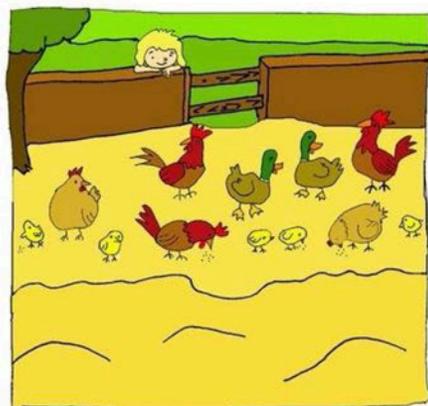
AS PRIMEIRAS EXPLORAÇÕES

O exemplo da direita já é um pouco mais elaborado. Além de contar, a criança tem de fazer a correspondência. A imagem tem vários pormenores: por um lado há mais numerais do que coleções, truque clássico para evitar a exclusão de partes; por outro lado, é uma atividade que apela à motricidade fina, na medida em que é pedida uma correspondência com traço. Nas primeiras abordagens, deve-se pedir à criança para fazer a correspondência primeiro com o indicador e só depois com um lápis. O ato de corresponder primeiro apenas com o dedo tem duas finalidades fundamentais: permite ao professor perceber o que a criança está a pensar e permite à criança organizar o seu raciocínio.

É uma boa ideia, do ponto de vista didático, trabalhar cada processo juntamente com o seu *inverso*. Na Matemática essa ideia é ainda mais vincada e transversal aos vários níveis de ensino. O processo inverso de contar objetos de uma coleção chegando a um número consiste precisamente em partir de um número e colecionar ou pintar objetos em conformidade. Os exemplos que se seguem ilustram tarefas dos dois tipos.

A primeira dezena e o zero

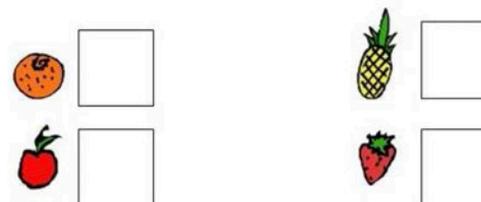
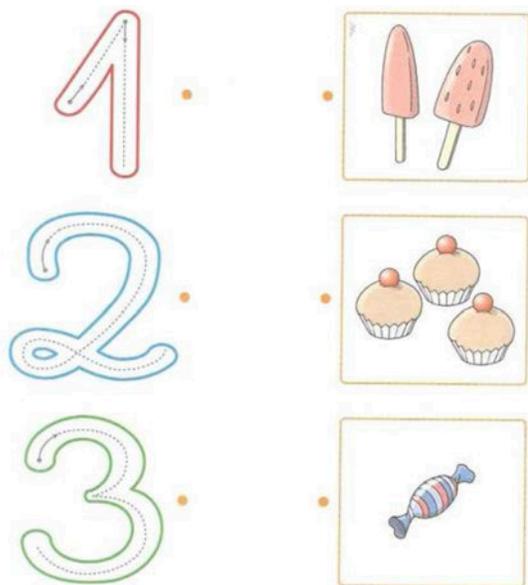
AS PRIMEIRAS EXPLORAÇÕES



Do lado esquerdo, são apresentados **animais misturados** e a criança deve pintar um número de quadrados em conformidade com o número de cada espécie. O exemplo do meio diz respeito a uma situação quotidiana; uma criança da sala faz anos em determinado dia e o convite consiste em desenhar um número de velas em conformidade com a sua idade. O exemplo da direita é tridimensional; a criança é convidada a associar um número de molas a cada cartão (uns com numerais, outros com pontinhos).

A primeira dezena e o zero

AS PRIMEIRAS EXPLORAÇÕES



As tarefas dos exemplos acima já envolvem a escrita de numerais. Na da esquerda, a escrita é feita sobre um pontilhado e, no caso da direita, de forma livre dentro de quadradinhos. Repare-se que os objetos a contar também merecem um comentário; por exemplo, na tarefa da direita, os 4 morangos estão arrumados em dois grupos de dois enquanto as 4 maçãs estão juntas e alinhadas. Estas diferenças são mais relevantes na prática do que possa parecer à primeira vista (são duas situações a explorar).

Os exemplos apresentados mostram como, embora tão básica e essencial, a tarefa de contar pode ser subdividida num leque vasto de tarefas, apresentando uma subtil escala de dificuldade.

Essas tarefas podem envolver reconhecimento de numerais ou não, podem envolver elementos de motricidade como pequenos círculos e divisórias ou não, podem ser feitas em dois sentidos (contar uma coleção chegando a um número ou partir do número construindo uma coleção), podem exigir escrita de numerais sobre pontilhados ou de forma livre, podem ser feitas sobre uma folha e imagem ou recorrendo a elementos 3D ou elementos sonoros, podem envolver vários tipos de desarrumação de objetos, a coleção pode aparecer isolada ou misturada com outras coleções, entre outros aspetos.

Estas especificidades têm imensa importância quando se pensa na abordagem prática junto das crianças. A regra de ouro é trabalhar a contagem de objetos segundo múltiplas perspetivas, explorando um leque rico de atividades.

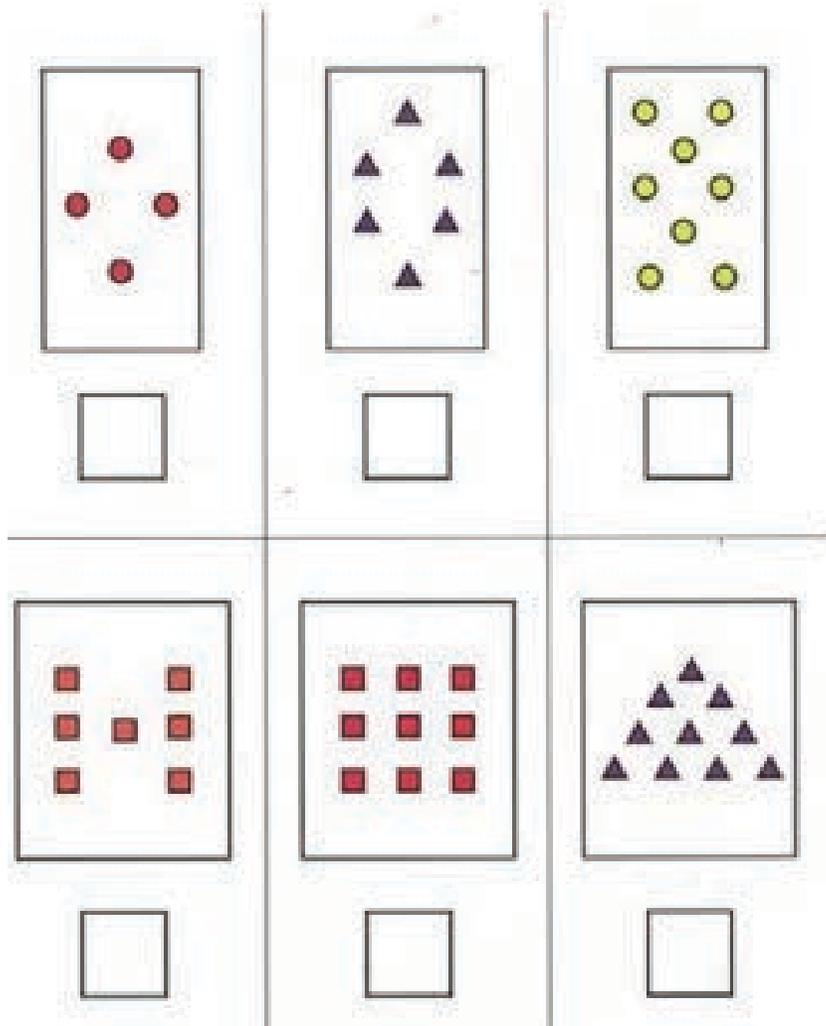
A arrumação dos objetos tem tanta importância para a determinação da cardinalidade de uma coleção que está na origem de alguma investigação importante. Quando falamos de subitização (do latim *subitus*), estamos a fazer referência à importância de desenvolver o reconhecimento de pequenas quantidades sem contagem.

Muitos investigadores defendem que nascemos com a capacidade para diferenciar as quantidades um, dois ou três e que, com o tempo, essa capacidade se desenvolve para números maiores. Isso aponta para que a subitização de pequenas quantidades seja uma competência muito precoce e anterior à própria contagem.

Vários investigadores apontam para a importância de se desenvolver a subitização conceptual, em que os objetos são arrumados de acordo com determinadas configurações. Para as crianças que apresentem maiores dificuldades, deve-se trabalhar sistematicamente as mesmas configurações (como, por exemplo, as que encontramos num dado tradicional de seis faces). Numa segunda fase, diversificam-se então as configurações.

A primeira dezena e o zero

A SUBITIZAÇÃO



Outro exemplo: se houver placas com o 3 arrumado como no dado tradicional e placas com o 6 juntando duas dessas arrumações, isso pode ser um factor decisivo para que a criança comece a intuir que 6 é igual a 3+3 a partir das próprias imagens.

Uma ideia prática consiste em, a partir de certa altura, variar muito as arrumações. Na tarefa ao lado, além da evidente (des)arrumação variada, as imagens já são razoavelmente abstratas. Não se trata de cenouras nem coelhos, são figuras simples. Esse pormenor de faseamento em relação à abstração também tem importância, isto porque a passagem do concreto para o abstrato deve envolver a fase intermédia do pictórico/esquemático.

A primeira dezena e o zero

A SUBITIZAÇÃO

Nas primeiras explorações, devemos apostar em arrumações conhecidas, como as que observamos nas faces de um dado tradicional e nas peças do dominó clássico.



Para os números de 7 a 10, as arrumações são menos conhecidas. Numa primeira exploração, podemos apostar em arrumações que economizam espaço. No exemplo abaixo, em que se utilizam bolachinhas regionais, segue-se de forma construtiva uma exploração do 6 ao 10.



A primeira dezena e o zero

A SUBITIZAÇÃO

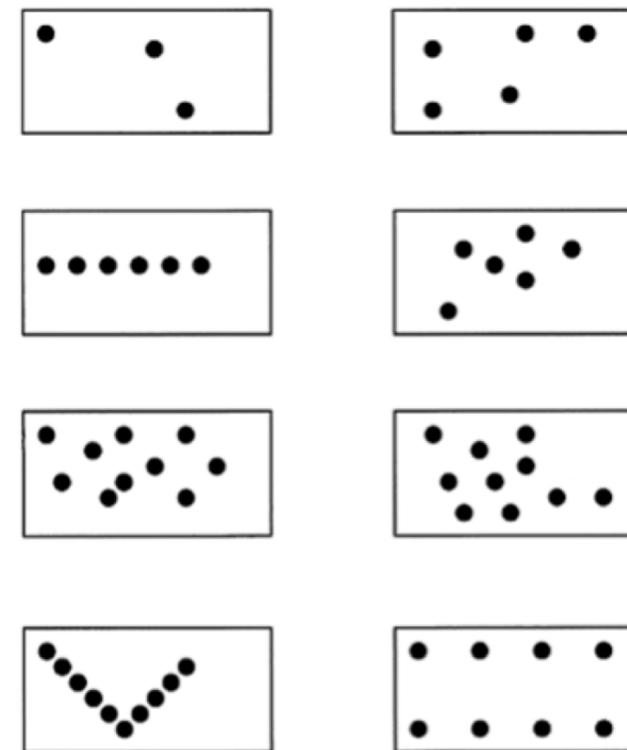
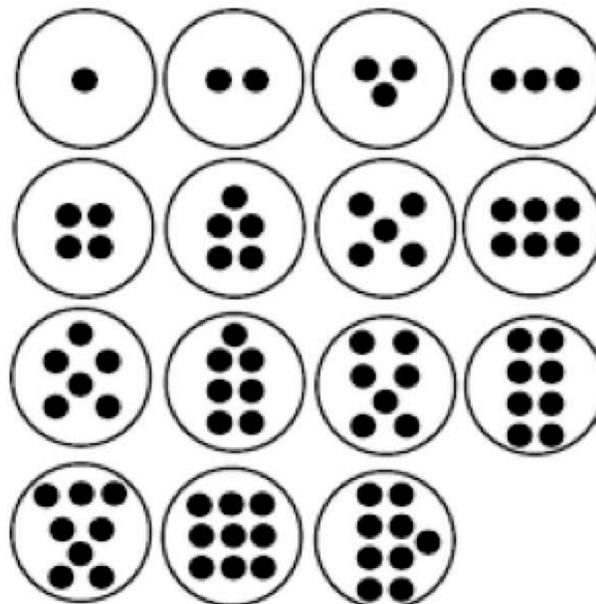
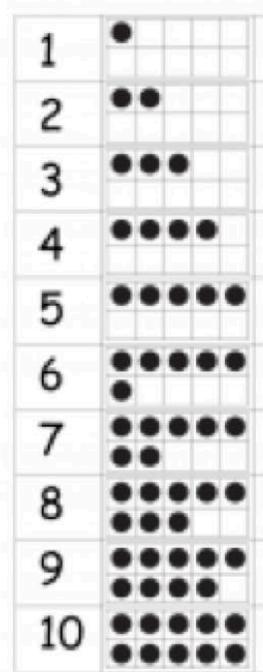
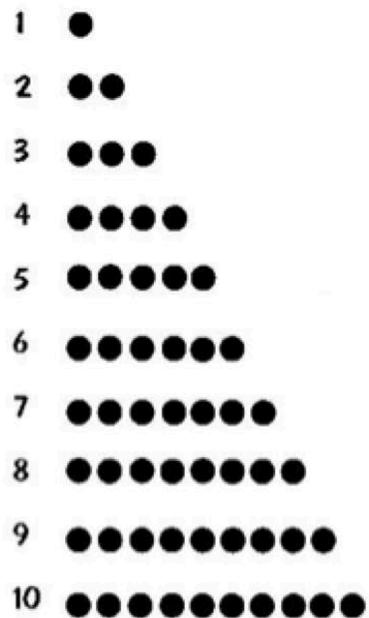
Depois de estarem bem consolidadas estas arrumações, devemos introduzir novas arrumações. Podemos, por exemplo, explorar alguns números recorrendo às arrumações conhecidas dos números que formem alguma das suas decomposições. Por exemplo, podemos explorar o 8 usando as arrumações do 5 e do 3 ou duas vezes a arrumação do 4. De salientar que ainda não se está a trabalhar as decomposições. Contudo, os alunos acabam por perceber, sem que lhes seja dito de forma explícita, que “8 são 5 e 3” ou que “8 são 4 e 4”. Também é importante explorar arrumações com objetos que apelem ao concreto. No exemplo abaixo utilizam-se joaninhas.



A primeira dezena e o zero

A SUBITIZAÇÃO

A subitização deve ser trabalhada à exaustão, variando as arrumações e até, a partir de certa altura, “desarrumando um pouco”. Apresentam-se, de seguida, alguns exemplos.



Os casos de sucesso do ensino da Matemática apontam para uma exploração faseada da primeira dezena e do zero: primeiro exploram-se os números de 1 a 5; depois introduz-se o zero; e, por fim, exploram-se os números de 6 a 10 (outra possibilidade: números de 1 a 5; números de 6 a 10; e, por fim, o zero). Estando consolidadas estas diferentes fases, trabalha-se de forma integrada todos estes números.

Muitos livros e artigos foram escritos exclusivamente sobre a temática do zero. O zero não faz parte da “lista de contagem”, costumando ser tratado à parte e numa fase de aprendizagem mais avançada (se as crianças comesçassem a contar a partir de zero, as contagens apareceriam todas erradas). Isso deve-se ao facto de o zero não indicar a presença de determinada quantidade, mas sim a sua ausência. Este singelo facto fez com que, tal como na vida das crianças, o zero tenha aparecido na história da numeração desfasado e numa fase posterior ao surgimento dos números naturais.

De notar que o zero tem uma importância fundamental no nosso sistema de numeração posicional (permite, por exemplo, distinguir 103 de 13).

Os investigadores Henry Wellman e Kevin Miller, da Universidade de Michigan, defendem que as crianças vão construindo a compreensão sobre o zero de forma faseada.

Os autores destacam três etapas:

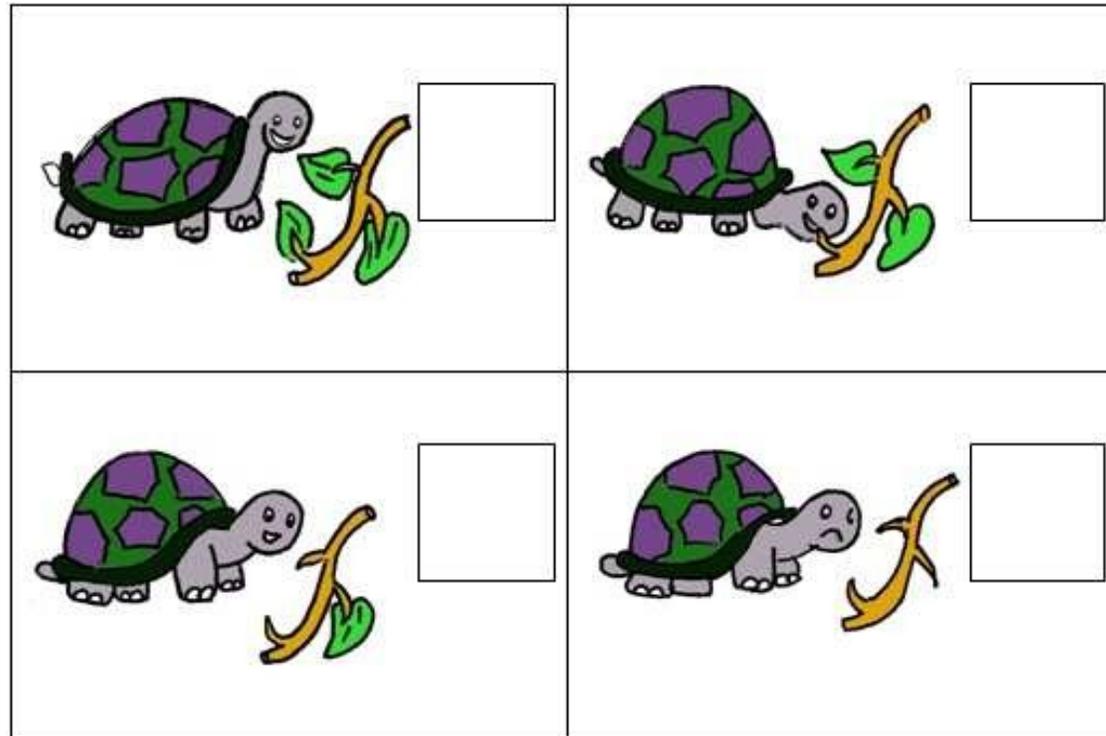
- 1 As crianças aprendem primeiro o símbolo sem ter ideia alguma sobre o seu significado;
- 2 Em segundo lugar, as crianças aprendem a tradicional ideia de que “o zero é nada”;
- 3 Em terceiro lugar, as crianças aprendem a relação do zero com os restantes números e a sua posição na reta numérica.

Para se perceber esta última etapa, Wellman e Miller destacam o facto de a pergunta “O que é maior, zero ou um?” ser complicada para crianças de tenra idade, que respondem muitas vezes “Um é o mais pequeno”.

Nas primeiras aprendizagens, são sobretudo trabalhadas as duas primeiras etapas apontadas por Wellman e Miller. A associação do zero à ausência de quantidade pode ser feita através de episódios, desenhos, músicas, etc. É importante variar os contextos e apresentar múltiplas perspetivas.

A primeira dezena e o zero

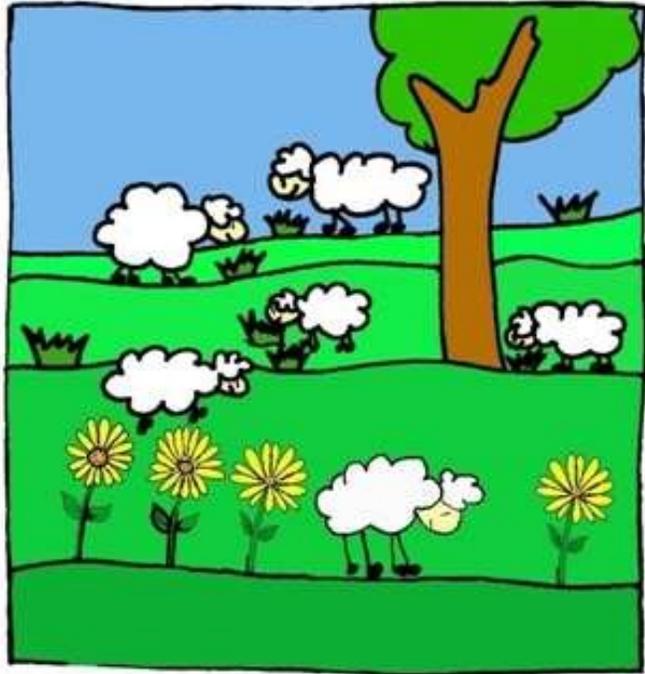
O Zero



A atividade que se ilustra na figura acima é um exemplo típico. Há também imensas músicas e histórias infantis em que animais vão saltando da cama até esta ficar vazia ou em que pássaros voam de um tronco até este ficar vazio.

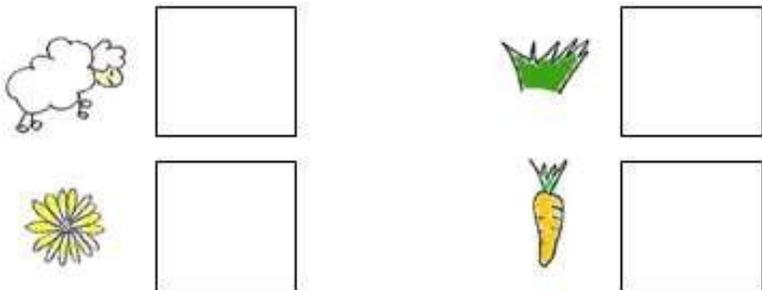
A primeira dezena e o zero

O Zero



Depois de algumas conversas sobre o zero, podem começar a aparecer ocasionalmente tarefas sobre objetos inexistentes numa imagem.

Muita brincadeira pode ser feita em torno da inexistência de diversos objetos.



A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais

Antes de serem capazes de escrever os numerais, as crianças devem reconhecê-los, dizendo as designações respectivas e fazendo associações a quantidades certas. Para isso, tal como foi referido anteriormente, o professor deve mostrar placas com numerais após contagens de diferentes coleções e as crianças devem fazer correspondências, ler os numerais em voz alta, etc.

O uso dos numerais não é apenas importante para a transmissão de informação ou para a utilização operatória prática, por exemplo; é também importante para o desenvolvimento cognitivo infantil. Este processo de aprendizagem é um primeiro passo importante para a compreensão do carácter abstrato dos números. As crianças perceberão de forma natural, sem ser necessário explicitar, que os numerais têm um papel importante na sua vida, estando associados a objetos mundanos como relógios, botões de elevador, números de porta das casas, cenas de desenhos animados, etc.

O reconhecimento dos numerais exige reconhecimento de imagens e capacidade de estabelecer relações.

A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais



1-2 anos



2-3 anos



3-4 anos

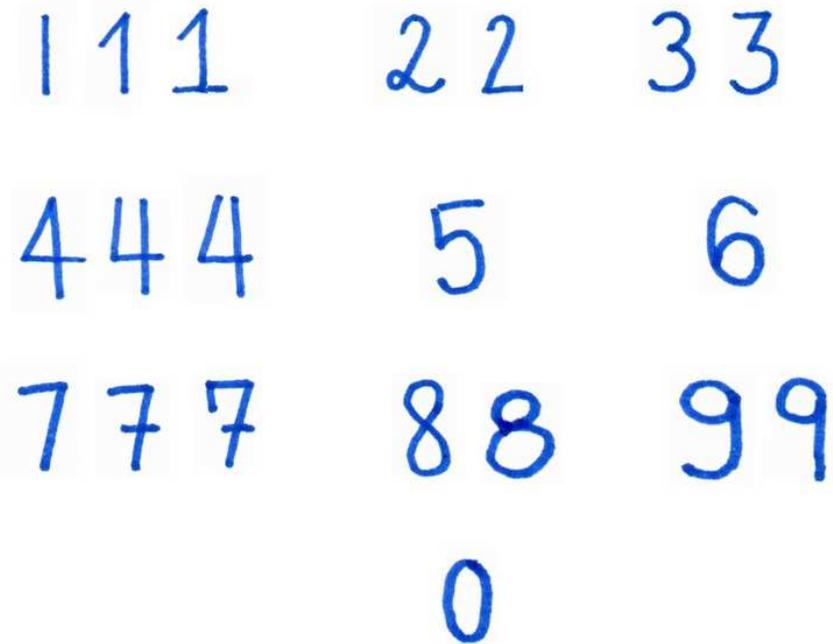


4-6 anos

Ser capaz de escrever os numerais envolve também a questão motora, capacidade de cópia e controle muscular. É sabido que a forma de agarrar um lápis evolui ao longo dos anos. A utilização dos dedos indicador e polegar em forma de pinça constitui um objetivo importante a alcançar.

A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais



Relativamente à escrita dos numerais, para ajudarem de forma mais eficaz as crianças, os educadores e os professores devem começar por observar com atenção os vários grafismos manuscritos. A figura ilustra alguns dos mais típicos. De notar que não existe “a forma correta” de escrever os numerais. De qualquer forma, apresentam-se, de seguida, algumas observações que poderão ser úteis para o trabalho no terreno.

A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais

O “1” da esquerda, desenhado apenas com um segmento de reta, é claramente o mais simples e é imune ao fenómeno da escrita invertida. No entanto, tem a desvantagem de se confundir facilmente com as letras “i” e “l”. Nesse sentido, dada a escolha da direita ser ornamentada demais e pouco prática em escrita rápida, o do meio talvez seja o mais acertado. É de notar que se trata de um grafismo constituído por **dois segmentos de reta sem necessidade de levantar o lápis do papel**.

O “2” da esquerda tem uma “voltinha” típica da escrita cursiva. Em relação ao texto e às palavras levanta-se a importantíssima questão do final da escrita das letras. O final deve preparar a próxima letra com o objetivo de tornar o processo de construção de palavras prático e expedito. Nesse sentido, esse tipo de movimentos arredondados, quase como se de uma dança se tratasse, tem toda a lógica. No caso dos numerais, essa questão de continuidade não se coloca e, conseqüentemente, a escolha do “2” da direita parece perfeitamente razoável. Trata-se de um grafismo com **parte curva e parte direita sem necessidade de levantar o lápis** (<http://youtu.be/1bu3Ef8G-mw>).

A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais

O “3” da esquerda é o mais comum e parece uma boa escolha. Trata-se apenas de uma **linha curva, com mudança de direção, sem necessidade de levantar o lápis do papel**. O “3” da direita, embora mais protegido contra escrita invertida, torna o processo mais difícil e mais lento.

O “4” da esquerda é aquele que é feito com **um movimento único**. No entanto, a sua execução contrasta um pouco com a forma natural e expedita como são feitos os restantes numerais e letras. Mais naturais são os “4” do centro e da direita. Nesses casos, o grafismo é constituído **por segmentos de reta, com dois movimentos e conseqüente necessidade de levantar o lápis do papel**.

O “5” apresentado é de longe o mais comum. No entanto, há quem o execute com **um movimento único** e há quem **deixe o segmento de reta superior para o final**. Optando pela segunda hipótese, tem-se um numeral constituído por **segmentos de reta e parte curva, feito com dois movimentos e conseqüente necessidade de levantar o lápis**.

A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais

O “6” é muitíssimo comum e não merece um comentário muito particular. Trata-se de **um movimento curvo único**.

Em relação ao “7”, passa-se um fenómeno muito semelhante ao “1”. O da esquerda é mais simples, mas traz facilmente a confusão com o número “1”. O da direita é ornamentado demais. A opção do centro parece a mais indicada. Trata-se de um grafismo constituído por **segmentos de reta, com dois movimentos e conseqüente necessidade de levantar o lápis do papel**.

O “8” da esquerda é feito com **um movimento curvo único** em “s”. O “8” da direita é um pouco “infantil”, sendo feito com duas bolinhas. A opção da direita é mais lenta e destoa da forma expedita como são feitos as restantes letras e numerais. É preferível investir na opção da esquerda.

O “9” da direita é quase igual ao da esquerda sendo o traço direito a única diferença. Esta opção é interessante na medida em que traz menos confusão com o “6”. Trata-se de um grafismo com **parte curva e parte direita, sem necessidade de levantar o lápis**.

A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais

Os educadores e os professores devem ajudar as crianças na elaboração desta planificação motora, dando relevo ao começo da escrita, direção, necessidade ou não de levantar o lápis do papel, proporção do símbolo e caráter direito ou redondo do percurso.

Cada numeral tem a sua estratégia e a criança pode ser ajudada tendo em conta vários fatores:

- Numa primeira fase, os numerais devem ser feitos sobre pontilhados. Com essa prática, as crianças poderão apreender a **direção** do traço associada a cada numeral;
- Pode haver marcas (tipicamente pequenos círculos) indicando o **início da escrita**. No caso em que o numeral exige mais do que um movimento, deve haver mais do que uma marca;
- Os pontilhados podem apresentar setas indicando o **sentido do percurso do traço**;

A primeira dezena e o zero

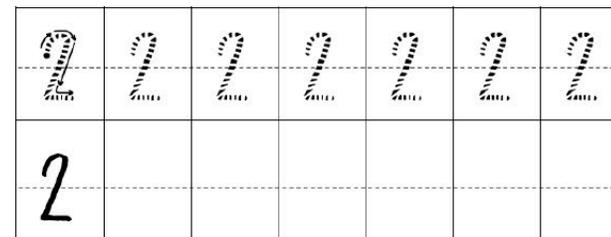
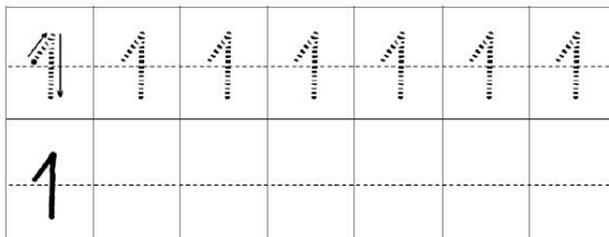
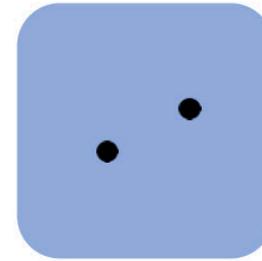
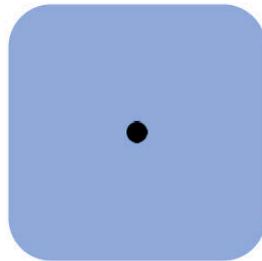
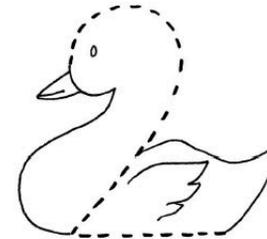
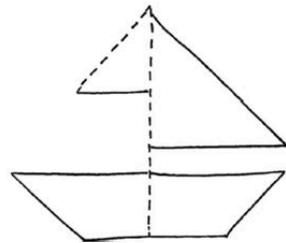
Reconhecimento e traçado dos numerais

- Pode haver divisórias, em particular uma divisória a meio dos numerais, de forma a ajudar as crianças a intuïrem a **proporcionalidade dos símbolos** e as zonas de começo da escrita. O ponto onde começa o traço é importante, mas também é igualmente importante o posicionamento desse ponto em relação ao numeral como um todo;
- Os tamanhos podem variar **gradualmente de grandes a pequenos**. Mais, a utilização de pontilhados, setas e divisórias deve ir desaparecendo gradualmente.

É comum haver grafismo de treino associado aos pontilhados dos numerais. Os educadores e os professores devem ter o cuidado de fazer com que esse treino esteja bem relacionado com o numeral em causa. Por exemplo, um três é constituído por um movimento curvo com mudança de direção; um bom grafismo de treino para o três consiste em tornear nuvens, uma vez que exige um movimento muito semelhante. Além disso, para cada número, nada como associar um objeto bem escolhido.

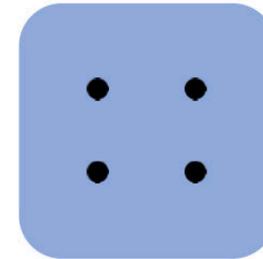
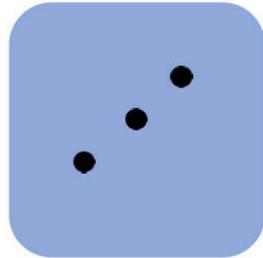
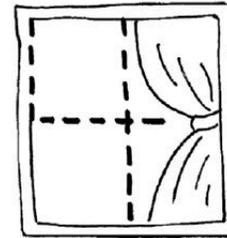
A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais



A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais

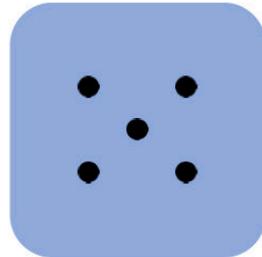


3	3	3	3	3	3	3
3						

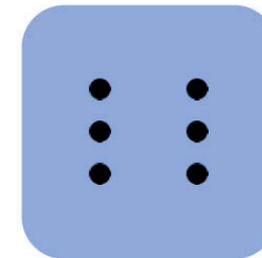
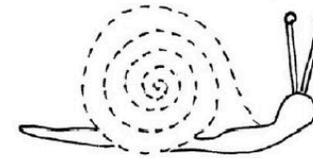
4	4	4	4	4	4	4
4						

A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais



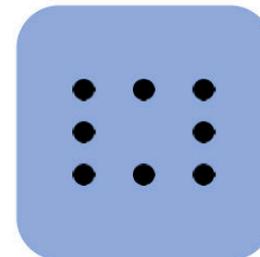
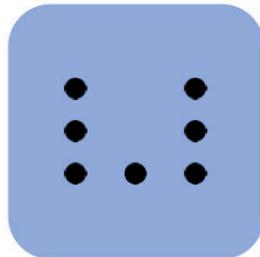
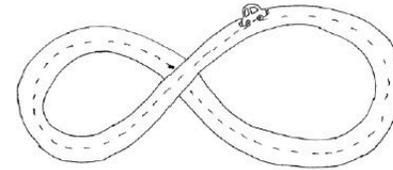
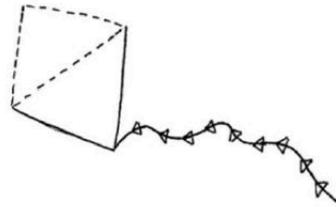
5	5	5	5	5	5	5
5						



6	6	6	6	6	6	6
6						

A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais

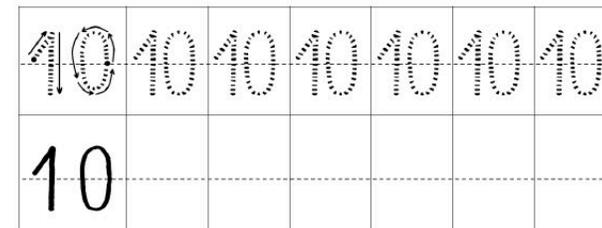
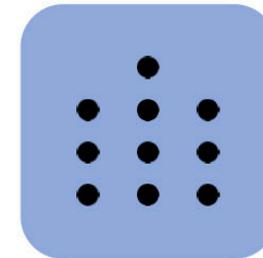
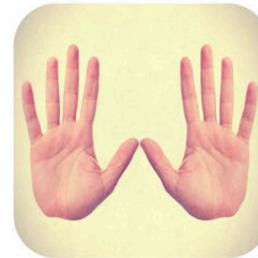
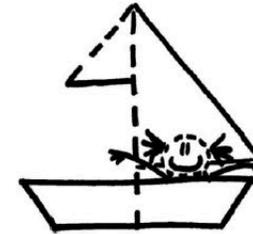
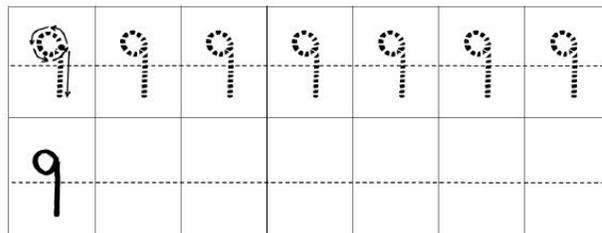
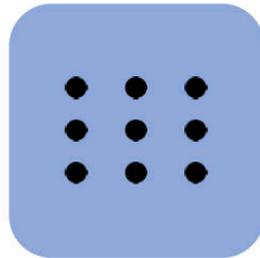
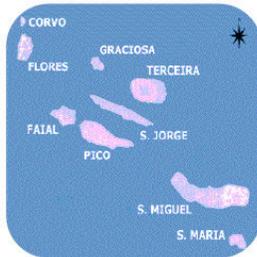


7						

8						

A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais



A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais

Duas notas finais quanto à planificação motora infantil dizem respeito à utilização de ritmo e imagem.

Quanto à imagem, observamos que há inúmeros vídeos relativos à escrita de numerais na Internet. A sua visualização pode ser mais uma ferramenta ao dispor dos educadores e dos professores.

Em relação à ideia de associar ritmo à planificação motora, uma abordagem típica costuma ser a utilização de lengalengas para cada um dos numerais.

Em português, há algumas lengalengas numéricas muito pobres, tais como “dois com os bois, três com um chinês...”

A vantagem de uma lengalenga inteligente consiste em ritmar a planificação motora.

No próximo slide, apresenta-se uma possibilidade em português (certamente haverá outras melhores).

A primeira dezena e o zero

Reconhecimento e traçado dos numerais

- ① Um chapeuzinho e para baixo a direita, assim se faz um *um* bem-feito.
- ② Primeiro à volta e para trás depois, assim se faz um *dois*.
- ③ Primeiro à volta e à volta outra vez, assim se faz um *três*.
- ④ Para fazer um *quatro* facilmente, para baixo, para o lado e para baixo novamente.
- ⑤ Um pescoço direito, uma redonda barriga. Põe o chapéu no *cinco* e acaba a cantiga.
- ⑥ Primeiro uma curva e depois um aro, e tens um *seis*, é claro!
- ⑦ Um chapéu e um corpo para baixo, coloca o cinto e é um *sete* distinto.
- ⑧ Faz um “s” e sobe outra vez. É um *oito* com rapidez.
- ⑨ Uma volta e uma linha e tens um *nove* na folhinha.

Um problema que é muito notado na prática diz respeito à escrita espelhada. É consensualmente aceite na literatura que esta aparece entre os 3 e os 7 anos e que faz parte do desenvolvimento motor e perceptivo da criança, desaparecendo quando os mecanismos motores passam a ser controlados por estratégias cognitivas. A avaliação e intervenção na escrita em espelho não tem merecido destaque, não sendo esta sequer considerada uma dificuldade.

A neurocientista Uta Frith, da University College London, chama a atenção para o facto de não ser simples para uma criança dar importância à orientação de um símbolo (ainda mais numa fase de pré-escrita). O factor orientação é irrelevante para a identificação de objectos 3D, sendo assim, é natural que a criança também o considere irrelevante para desenhos. Nesta perspetiva, a escrita espelhada é um ato de inteligência humana. Não nos devemos esquecer que a orientação da escrita é uma convenção, não é uma imposição da Natureza...

Nos primeiros anos, a criança ainda está a definir a sua lateralidade pelo que, numa primeira abordagem, estes fenómenos devem ser encarados como sendo absolutamente naturais. Só se o erro for sistemático e se se prolongar muito no tempo é que é de pensar numa intervenção profissional.

Aquilo que os educadores e os professores podem sempre fazer, sem qualquer prejuízo, é promover atividades para reforçar a lateralidade como, por exemplo, manter um objecto em equilíbrio numa mão enquanto com a outra se faz outra ação, moldar números com plasticina, etc.

Em relação à escrita das letras do alfabeto, há inclusivamente estatísticas relacionadas com as letras mais propícias a reflexões. No caso dos numerais, não é tão fácil encontrar semelhante trabalho estatístico. No entanto, é sabido da prática que o 6 e o 9 são habitualmente confundidos e que 2, 3, 4, 5 e 7 são muito propícios a escrita espelhada.

Estas ideias constituem a razão de ser de alguns comentários feitos anteriormente em relação aos vários grafismos dos numerais.

A primeira dezena e o zero

Referências

Clements, D. H. (1999). Subitizing: What is it? Why teach it?. *Teaching Children Mathematics* 5, 400-405.

Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates Mathematics*. Oxford University Press.

Frith, U. (1971). Why do children reverse letters?. *British Journal of Psychology* 62, 459-468

Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The Child's Understanding of Number*. Harvard University Press.

Santos, C. P. & Teixeira, R. C. (2014). Matemática na Educação Pré-Escolar: A Primeira Dezena. *Jornal das Primeiras Matemáticas* 3, 17-46.

Thompson, I. (2010). The principal counting principles, National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics, *Early Years Magazine*, Issue 7.

Wellman, H. M. & Miller, K. F. (1986). Thinking about nothing: developmental concepts of zero. *British Journal of Developmental Psychology* 4, 31-42.